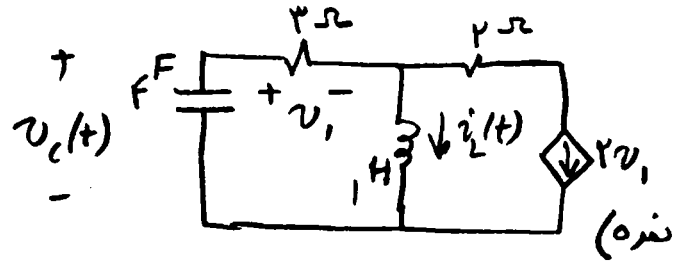
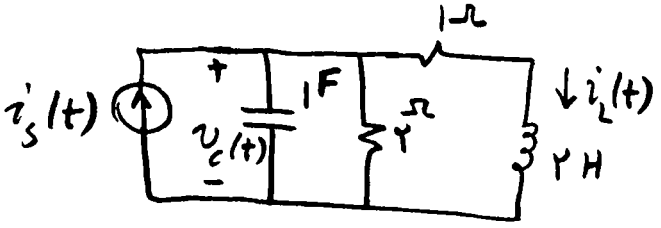
بسمه تعالی | دانشگاه صنعتی جندی‌شاپور | دانشکده مهندسی برق و کامپیوتر | تاریخ: ۸۹/۳/۲۴

نام ونام خانوادگی: | شماره دانشجویی: | امتحان: پایان ترم مدار I

۱- در مدار مقابل $v_c(0) = 4^V$ و $i_L(0) = 0$ است. معادله دیفرانسیل $i_L(t)$ را نوشته و پاسخ ورودی صفر آن را محاسبه کنید. (۱۰ نمره)

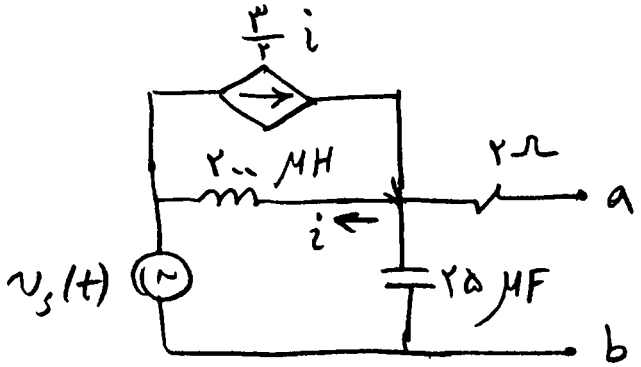


۲- در مدار مقابل $i_L(0) = 2^A$ و $v_c(0) = 3^V$ است. پاسخ $i_L(t)$ را برای ورودی پله و ورودی نمایی e^{-2t} بیابید. (۱۵ نمره)



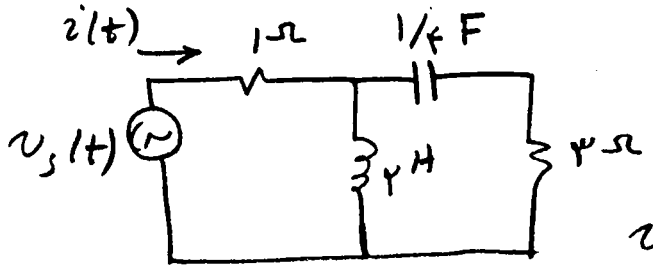
۳- مدار معادل تونن را برای مدار روبرو تعیین کنید. (۱۰ نمره)

$v_s(t) = 10 \cos 10000\, t$

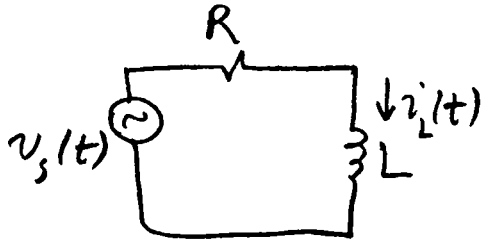


۴- در مدار مقابل پاسخ دائمی $i(t)$ را تعیین کنید. (۵ نمره)

$v_s(t) = 5 \cos 10\, t$

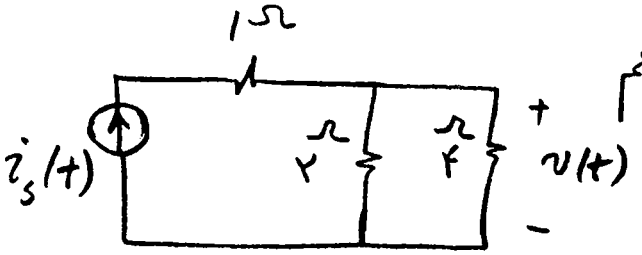


۵- پاسخ زیرکانه مدار مقابل را محاسبه و رسم کنید. (جریان سلف را به عنوان خروجی مدار فرض کنید) (۵ نمره)



۶- مقدار مؤثر ولتاژ دو سر مقاومت ۴ اهم را محاسبه کنید. (۵ نمره)

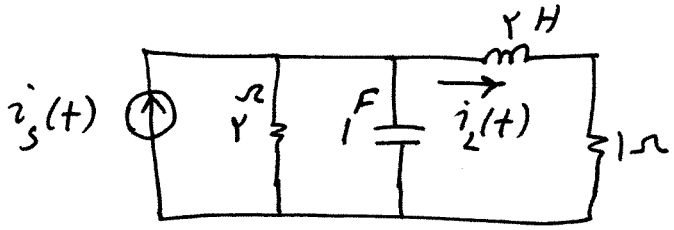
$i_s(t) = I_m \cos(\omega t + \phi)$



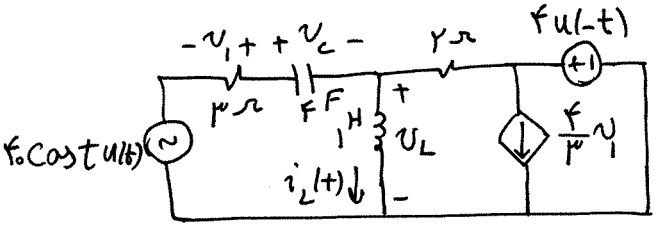
موفق باشید

دست پنهان

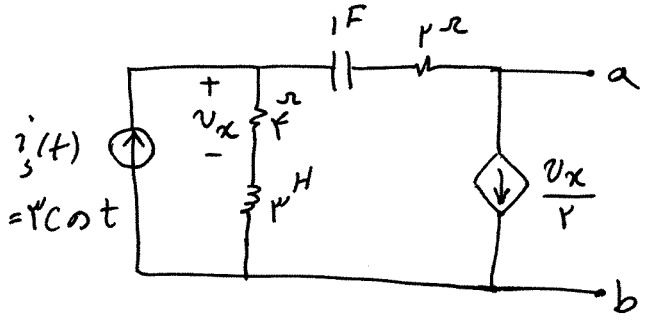
۱_ خازن و سلف مقدار اولیه ندارند. پاسخ پله و ضربه جریان سلف را به دست آورید.(۱۲ نمره)



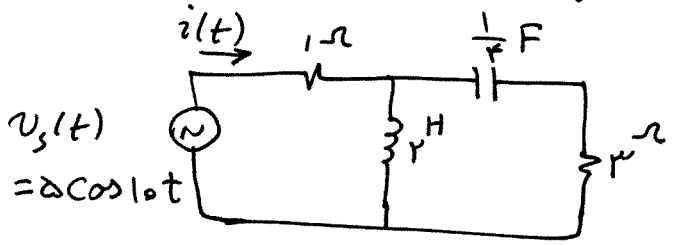
۲_ ولتاژ دو سر خازن را برای تمام زمانها محاسبه کنید. (۲۰ نمره)



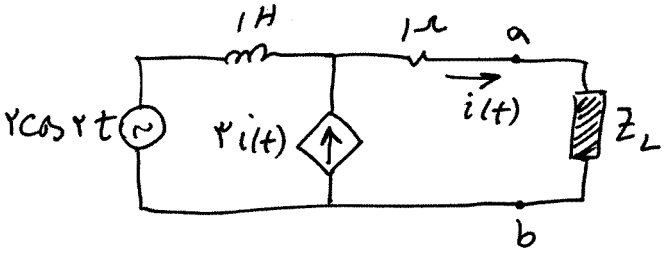
۳_ در شکل زیر مدار معادل تونن از دید نقاط a و b را تعیین کنید. (۱۰ نمره)



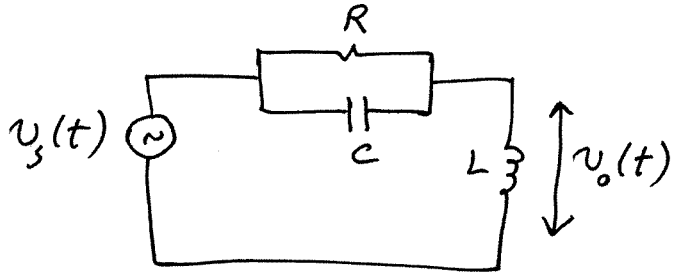
۴_ $i(t)$ را در حالت دائمی سینوسی محاسبه کنید. (۶ نمره)



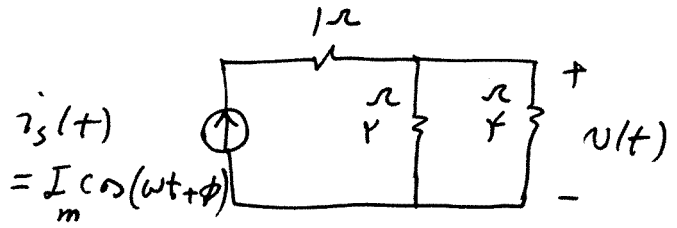
۵_ Z_L را به گونه‌ای تعیین کنید تا بیشترین توان جذب آن گردد. (۴ نمره)



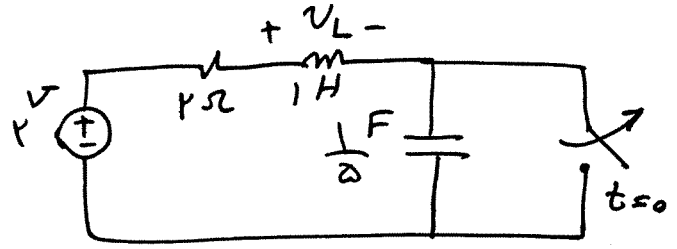
۶_ تابع شبکه مدار زیر را محاسبه کنید. خروجی مدار ولتاژ دو سر سلف است. (۴ نمره)



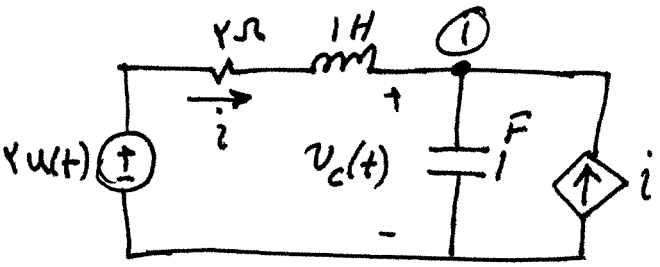
۷_ مقدار مؤثر ولتاژ دو سر مقاومت ۴ اهم را محاسبه کنید. (۴ نمره)



۸_ کلید در لحظه t=0 باز می‌شود. ولتاژ دو سر سلف را برای تمام زمانها محاسبه کنید. (۱۰ نمره)

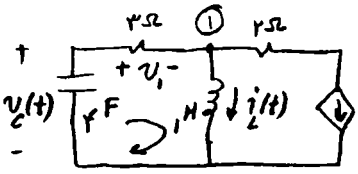


۹_ ولتاژ اولیه خازن $V_C(0)=۲\ ^V$ و سلف جریان اولیه ندارد. ولتاژ دو سر خازن $V_C(t)$ را بیابید. (۱۰ نمره)



حل مسائل پایان فصل دوم درس مدار I مورخ ۲۴، ۳، ۸۹

۱- $v_c(0)=4\,V$ ، $i_L(0)=0$



① در گره KCL: $i_c(t)+i_L(t)+2v_1=0$

$v_1=-2i_c$ ، $i_c=C\frac{dv_c}{dt}=4\frac{dv_c}{dt}$ $\Rightarrow 4\frac{dv_c}{dt}+i_L-8\frac{dv_c}{dt}=0$

$\Rightarrow i_L=20\frac{dv_c}{dt}$ ، در حلقه سمت راست KVL: $-v_c+v_1+v_L=0 \Rightarrow -v_c-2i_c+v_L=0$

$v_L=L\frac{di_L}{dt}=\frac{di_L}{dt}=\frac{d}{dt}\left(20\frac{dv_c}{dt}\right)=20\frac{d^2v_c}{dt}$ $\Rightarrow v_c+12\frac{dv_c}{dt}-40\frac{d^2v_c}{dt^2}=0$

$\Rightarrow \frac{d^2v_c}{dt^2}-\frac{3}{5}\frac{dv_c}{dt}-\frac{1}{20}v_c=0 \Rightarrow s^2-\frac{3}{5}s-\frac{1}{20}=0 \Rightarrow s_{1,2}=\frac{\frac{3}{5}\pm\sqrt{\frac{9}{25}+\frac{1}{5}}}{2}=\frac{3\pm\sqrt{14}}{10}$

$v_c(t)=K_1e^{s_1t}+K_2e^{s_2t}=K_1e^{\frac{3+\sqrt{14}}{10}t}+K_2e^{\frac{3-\sqrt{14}}{10}t}$

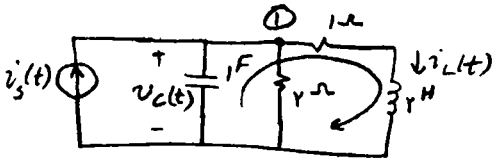
$\frac{dv_c}{dt}=\frac{1}{20}i_L \Rightarrow \frac{dv_c}{dt}(0)=\frac{1}{20}i_L(0^+)=0$ ، $v_c(0^+)=v_c(0^-)=4 \Rightarrow 4=K_1+K_2$

$t=0: K_1\frac{3+\sqrt{14}}{10}+K_2\frac{3-\sqrt{14}}{10}=0$

$\Rightarrow K_1=\frac{\sqrt{14}-3}{\sqrt{14}+3}K_2 \Rightarrow 4=\left(1+\frac{\sqrt{14}-3}{\sqrt{14}+3}\right)K_2=\frac{2\sqrt{14}}{\sqrt{14}+3}K_2 \Rightarrow K_2=\frac{4(\sqrt{14}+3)}{2\sqrt{14}}=2\left(1+\frac{3}{\sqrt{14}}\right)=3.4$

$\Rightarrow K_1=\frac{4(\sqrt{14}-3)}{2\sqrt{14}}=2\left(1-\frac{3}{\sqrt{14}}\right)=0.6 \Rightarrow v_c(t)=0.6e^{0.4714t}+3.4e^{-0.0714t}$ $(t>0)$

۲- $v_c(0)=3\,V$ ، $i_L(0)=8\,A$



① در گره KCL: $i_s=i_c+\frac{v_c}{2}+i_L$

$i_c=C\frac{dv_c}{dt}=\frac{dv_c}{dt} \Rightarrow \frac{dv_c}{dt}+\frac{v_c}{2}+i_L=i_s$

KVL: $-v_c+i_L+v_L=0 \Rightarrow v_c=i_L+v_L=i_L+L\frac{di_L}{dt}=i_L+2\frac{di_L}{dt}$

$\Rightarrow \frac{d}{dt}\left(i_L+2\frac{di_L}{dt}\right)+\frac{1}{2}\left(i_L+2\frac{di_L}{dt}\right)+i_L=i_s \Rightarrow 2\frac{d^2i_L}{dt^2}+2\frac{di_L}{dt}+\frac{2}{2}i_L=i_s \Rightarrow \frac{d^2i_L}{dt^2}+\frac{di_L}{dt}+\frac{1}{4}i_L=\frac{i_s}{2}$

ورودی پله: $i_s(t)=u(t)=1$ $(t>0)$ $\Rightarrow \frac{d^2i_L}{dt^2}+\frac{di_L}{dt}+\frac{1}{4}i_L=\frac{1}{2}$ $(t>0)$ $\Rightarrow i_L(t)=i_{Lh}(t)+i_{Lp}(t)$

$\Rightarrow \frac{d^2i_{Lh}}{dt^2}+\frac{di_{Lh}}{dt}+\frac{1}{4}i_{Lh}=0 \Rightarrow s^2+s+\frac{1}{4}=0 \Rightarrow s_{1,2}=\frac{-1\pm\sqrt{1-1}}{2}=-\frac{1}{2}\pm j\frac{\sqrt{1}}{2}$ ، $\begin{cases}\alpha=\frac{1}{2}\\ \omega_d=\frac{\sqrt{1}}{2}\end{cases}$

$\Rightarrow i_{Lh}(t)=e^{-t/2}\left(A\cos\frac{\sqrt{1}}{2}t+B\sin\frac{\sqrt{1}}{2}t\right)$ $\quad i_{Lp}=K \Rightarrow \frac{1}{4}K=\frac{1}{2} \Rightarrow K=2$

$\Rightarrow i_L(t)=e^{-t/2}\left(A\cos\frac{\sqrt{1}}{2}t+B\sin\frac{\sqrt{1}}{2}t\right)+2$ $(t>0)$ ، $i_L(0^+)=i_L(0^-)=2$

$v_c(0^+)=i_L(0^+)+v_L(0^-)=i_L(0^-)+2\frac{di_L}{dt}(0^-) \Rightarrow 3=2+2\frac{di_L}{dt}(0^-) \Rightarrow \frac{di_L}{dt}(0^+)=\frac{1}{2}$

$t=0 \Rightarrow A+2=2 \Rightarrow A=2-2=0$

$\frac{di_L}{dt}=-\frac{1}{2}e^{-t/2}\left(A\cos\frac{\sqrt{1}}{2}t+B\sin\frac{\sqrt{1}}{2}t\right)+e^{-t/2}\left(-\frac{\sqrt{1}}{2}A\sin\frac{\sqrt{1}}{2}t+\frac{\sqrt{1}}{2}B\cos\frac{\sqrt{1}}{2}t\right)$

$\frac{di_L}{dt}(0^+)=\frac{1}{2} \Rightarrow -\frac{1}{2}A+\frac{\sqrt{1}}{2}B=-\frac{2}{4}+\frac{\sqrt{1}}{2}B=\frac{1}{2} \Rightarrow \sqrt{1}B=1+\frac{2}{4}=\frac{6}{4} \Rightarrow B=\frac{6}{4\sqrt{1}}=\frac{6\sqrt{1}}{4}$

$s(t)=e^{-t/2}\left(\frac{2}{3}\cos\frac{\sqrt{1}}{2}t+\frac{6\sqrt{1}}{4}\sin\frac{\sqrt{1}}{2}t\right)+2$ $(t>0)$

$h(t)=\frac{ds(t)}{dt}=-\frac{1}{2}e^{-t/2}\left(\frac{2}{3}\cos\frac{\sqrt{1}}{2}t+\frac{6\sqrt{1}}{4}\sin\frac{\sqrt{1}}{2}t\right)+e^{-t/2}\left(-\frac{\sqrt{1}}{2}\cdot\frac{2}{3}\sin\frac{\sqrt{1}}{2}t+\frac{6\sqrt{1}}{4}\cdot\frac{\sqrt{1}}{2}\cos\frac{\sqrt{1}}{2}t\right)$

$=-\frac{1}{2}e^{-t/2}\left(\frac{2}{3}\cos\frac{\sqrt{1}}{2}t+\frac{6\sqrt{1}}{4}\sin\frac{\sqrt{1}}{2}t\right)+e^{-t/2}\left(-\frac{2\sqrt{1}}{4}\sin\frac{\sqrt{1}}{2}t+\frac{6}{4}\cos\frac{\sqrt{1}}{2}t\right)$

$=e^{-t/2}\left(\frac{3}{4}\cos\frac{\sqrt{1}}{2}t-\frac{15\sqrt{1}}{12}\sin\frac{\sqrt{1}}{2}t\right)$ $(t>0)$